UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

# HIDRÁULICA E HIDROLOGÍA

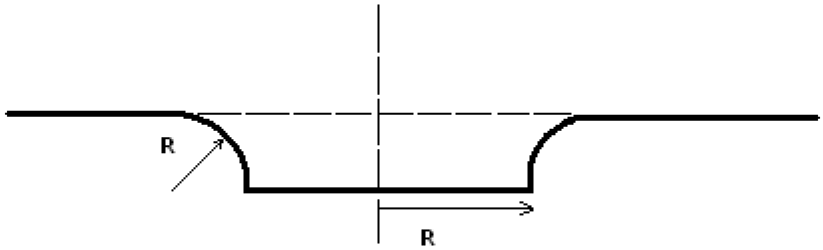
# EJERCICIO DE INNOVACIÓN EDUCATIVA SOBRE TENSIÓN SUPERFICIAL

JUAN PASCUAL ORERO Nº315

SANTIAGO SALAS FERNÁNDEZ-POLANCO Nº386

**ENUNCIACIADO DEL PROBLEMA:**

La araña pescadora (Dolomedes Triton) puede caminar sobre el agua. Se pide determinar la fuerza N que la pata de una araña pescadora ejerce sobre el agua suponiendo que el área de contacto con la pata es un círculo horizontal de radio 2 mm y la depresión que causa en el agua es una superficie de revolución con el perfil de la figura. Comparar esa fuerza con el peso medio de la araña pescadora 3,5 mN, repartido entre sus ocho patas. Tensión superficial del agua 0.072 N/m



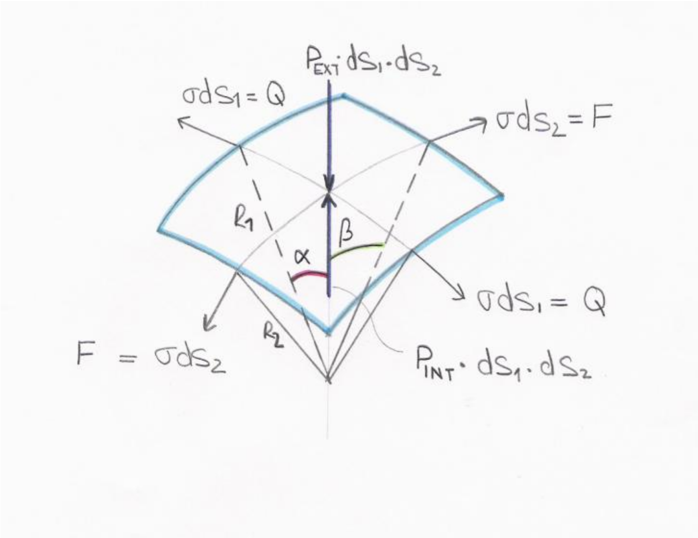

$R = 2x10^{-3}$ m
$\sigma = 0.072$ N/m

**RESOLUCIÓN:**

La araña puede caminar sobre el agua gracias a las fuerzas de tensión superficial y de presión producidas en el agua por la depresión de la superficie en contacto con las patas. Las patas de la araña ejercen una fuerza sobre el agua y por el principio de acción y reacción, el agua ejerce sobre la pata una fuerza igual y contraria que impulsa a la araña cuando camina, es decir, la superficie del agua se comporta como una membrana elástica resistente a la rotura.

Este fenómeno se debe a las fuerzas atractivas existentes entre las partículas del fluido. En un punto del fluido que no esté en contacto con el aire estas fuerzas generarán unas tensiones simétricas (resultante nula), sin embargo en un punto situado en la interfase líquido-gas solo existirán estas fuerzas atractivas en la mitad correspondiente al fluido. La resultante de estas fuerzas, que en este caso no es nula, hace que la interfase líquido-gas esté sometida a una serie de tensiones, provocando el comportamiento de la interfase como una membrana tensa.

En la superficie libre de un líquido aparece una variación de la presión que se calcula fácilmente con la fórmula de Laplace que deducimos a continuación.




En la imagen se muestran las fuerzas de tensión superficial que aparecen en un diferencial de superficie libre de fluido. Si planteamos un equilibrio de fuerzas vertical obtendremos lo siguiente:

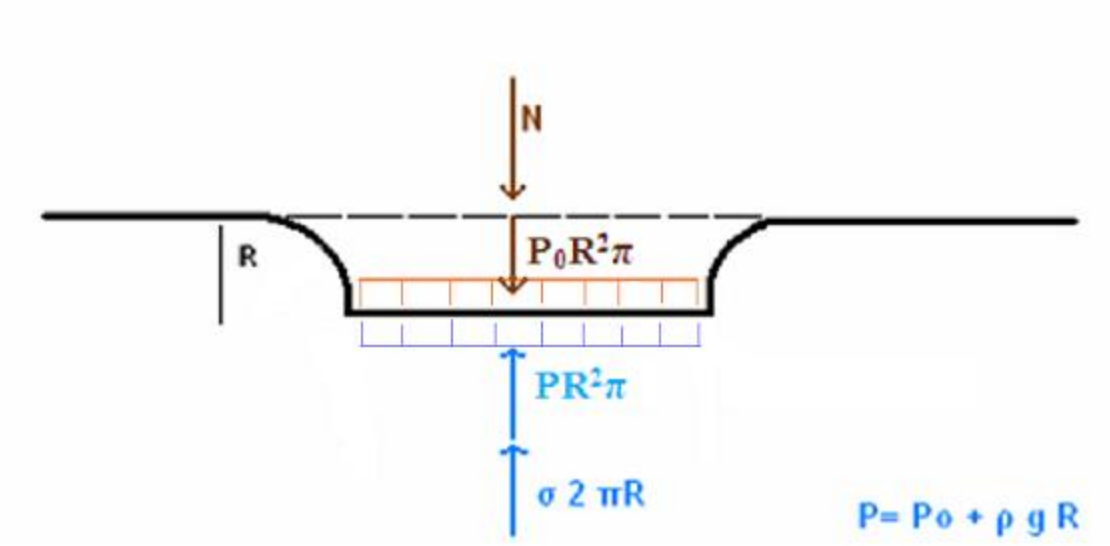
$$2F_1 sen\alpha = 2\sigma dS_1 \frac{dS_2}{2R_1} = \frac{\sigma}{R_1} dS_1 dS_2$$

$$2F_2 sen\beta = 2\sigma dS_2 \frac{dS_1}{2R_2} = \frac{\sigma}{R_2} dS_1 dS_2$$

$$P_{INTERIOR} - P_{\hat{E}XTERIOR} = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

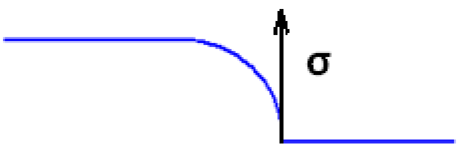
En nuestro caso los radios de curvatura serán infinitos porque la superficie de contacto pata-agua es un plano horizontal, entonces la presión interior y la exterior serán iguales.

Para la resolución del problema vamos a plantear un equilibrio de fuerzas vertical:




Tendremos una presión $P_0$ (exterior) aplicada sobre el círculo de radio R e igualmente otra presión $P_0$ aplicada sobre el círculo interior. Al mismo tiempo los puntos de este plano tendrán una presión debida a la capa de agua de espesor R que queda por encima de la del plano de contacto a causa de la forma de la depresión. Estas dos últimas presiones son las que aparecen en la figura representadas por $P = P_0 + \rho g R$.
N representa la fuerza que la araña ejerce sobre el agua.

El término $2\pi R\sigma$ representa la fuerza de tensión superficial, es decir una tensión σ aplicada a lo largo de la circunferencia. σ es el coeficiente de tensión superficial que en nuestro caso al tratarse de agua toma un valor de 0.072 N/m.




Ecuación **∑ F = 0:**

$$P \cdot R^2 \cdot \pi + \sigma \cdot 2 \cdot \pi \cdot R - P_0 \cdot R^2 \cdot \pi - N = 0$$

Donde sabemos que $P = P_0 + \rho \cdot g \cdot R$

Despejando N:

$$N = \rho \cdot g \cdot \pi \cdot R^3 + \sigma \cdot 2 \cdot \pi \cdot R$$

Sustituyendo numéricamente

$$1000\cdot 9.8\cdot \pi \cdot \left(2\cdot 10^{-3}\right)^{3} + 0.072\cdot 2\cdot \pi \cdot 2\cdot 10^{-3} = 1.15\cdot 10^{-3}\,N$$

Ahora tenemos que comparar esta fuerza con el peso repartido en cada pata:

$$\frac{Peso}{8} = \frac{3.5\cdot 10^{-3}\,N}{8} = 4.375\cdot 10^{-4}\,N$$

Por tanto

$$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{Peso\ repartido}} = 2.6$$

Esto quiere decir que la araña podría haber pesado 2.6 veces más y este fenómeno seguiría produciéndose.